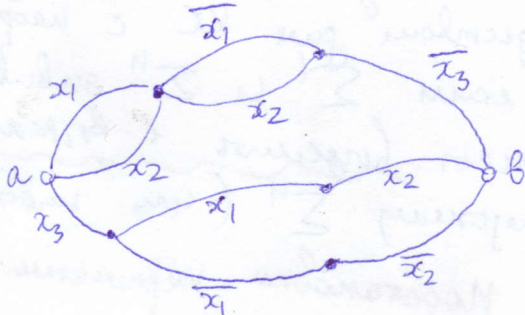


- + 1. Определение КС с неразделёнными полюсами как специального случая КС с разделёнными полюсами и особенности функционирования таких КС.
- 2. Утверждение о моделировании ЭП формул в классе СФЭ, идея его доказательства.
- + 3. Определение эквивалентных π -схем, утверждение о верхней оценке числа попарно не эквивалентных π -схем от БП $x_1, \dots, x_n$ сложности не более, чем L , и аналогичная оценка для π -схем, состоящих из размыкающих контактов.
- ± 4. Определение тождества для КС из неориентированных контактов с неразделёнными полюсами и его подстановки, связанной с переменными; описание указанной подстановки одного из основных тождеств, результатом которой является тождество для π -схем, моделирующее формульное тождество $x_1 x_1 \vee x_1 \bar{x}_1 = x_1$.
- ± 5. Обобщённые тождества для КС (привести обобщённые варианты основных и вспомогательных тождеств). Утверждение о выводе обобщённых тождеств из основных.
- + 6. Промоделировать π -схемой формулу $(x_1 \vee x_2)(\bar{x}_1 \vee x_2)\bar{x}_3 \vee x_3(x_1 x_2 \vee \bar{x}_1 \bar{x}_2)$.

6.



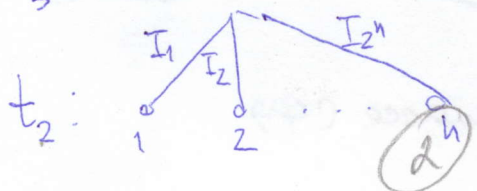
3. 2 π -схемы наз-ся эквивалентными, если они реализуют одинаковые ФАЛ (системы ФАЛ)

$$\|U^I(L, n)\| \leq (4n)^L$$

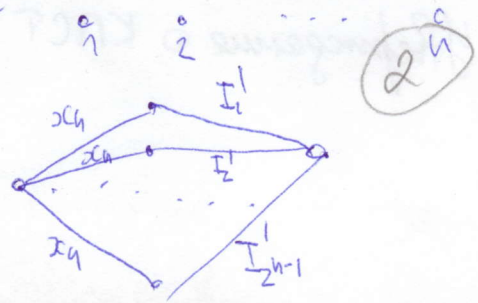
$$\|U^{\bar{I}}(L, n)\| \leq (32n)^L$$

5. Обобщённые тождества для КС:

$$t_3: \begin{array}{c} 1 \quad I \quad 2 \\ \sim \end{array} \begin{array}{c} 1 \quad \bar{I} \quad 2 \end{array}$$



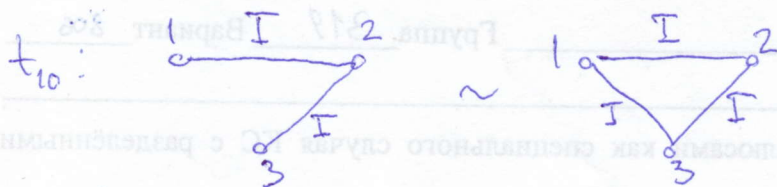
$$t_4: \begin{array}{c} 1 \quad x_n \quad 2 \\ \sim \end{array}$$



и т.д. ?

Можно писать утверждения не давая определения $I, \bar{I}, I', I_i, \dots$?

Вспомогат. обобщенное понятие:



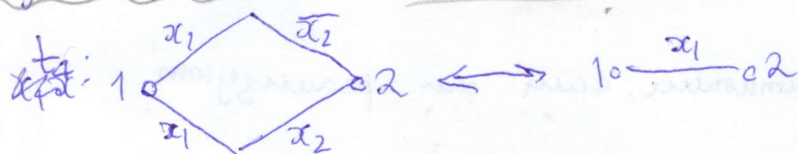
и т.д. ?
 $\forall n \geq 2$

из системы пом-в $\{x_i\}$ можно вывести систему обобщ. понятий t_n .

1. Пусть дана схема $\Sigma(x_1, \dots, x_n, a'_1, \dots, a'_r, a''_1, \dots, a''_q)$ с разделение пом-в. На её основе определим схему $\Sigma'(x_1, \dots, x_n, a'_1, \dots, a'_r, a''_1, \dots, a''_q, a'_1, \dots, a'_r, a''_1, \dots, a''_q)$ как схему с неразделёнными пом-вами (не будем различать входные и выходные пом-ва).

Матрица достижимости подобных КС симметрична относительно главной диагонали. Как определить систему функций, реализующих схему?

4. Выражение $\Sigma' \sim \Sigma''$ наз-ся тождеством для КС с неор. пом-вами и неорд. пом-вами, если Σ' и Σ'' эквивалентны. Для подстановки тождества мы должны возвести в выражении подсхему Σ' и заменить её на подсхему Σ'' (или наоборот) это уже ЭП на основе тождества?



Подстановка переменных? с возможным отходом влечением?

Если вместо переим. x_2 подст. переим. x_1 , то получим исковое тожд-во, эквив. $x_1 \bar{x}_1 \vee x_1 x_1 = x_1$.

2. Любую формулу над стандартным базисом можно проинтерпретировать СФЭ $\{7, \vee, \&\}$. Соотв. и любое элем. преобразование формулы тожд.

Доказывается через приведение $\forall$ -н и канонической виду, и обратно.

Утверждение о КПСТ в классе СФЭ

- + 1. Определение подсхемы данной СФЭ, формулировка принципа эквивалентной замены и описание однократного (многократного) ЭП СФЭ на основе тождества (соответственно системы тождеств).
- + 2. Определение π -схемы и нахождение реализуемой ею ФАЛ. Утверждение о моделировании формул и π -схем.
- + 3. Операция присоединения одного или двух противоположенных контактов к выходам КС и её свойства, определение каскадной КС.
- + 4. Определение полной системы тождеств для ЭП КС. Формулировки утверждений о полноте и неполноте системы всех основных тождеств и её конечных подсистем.
- + 5. Идея и основные этапы доказательства утверждения об отсутствии КПСТ в классе всех КС.
- + 6. Промоделировать π -схемой формулу $((\bar{x}_1 \vee \bar{x}_2 \vee \bar{x}_3)(x_1 \vee x_3) \vee x_1 x_2 x_3)(\bar{x}_4 x_5 \vee x_6)$.

① Σ' маж-ая подсхема $\Sigma \Leftrightarrow$
 $\nexists E(\Sigma') \subset E(\Sigma), V(\Sigma') \subset V(\Sigma)$

1) входы Σ' явл-ся входами Σ и
 те же вершины, в кои входят ребра из
 $E(\Sigma) \setminus E(\Sigma')$

2) выходы Σ' явл-ся все выходы Σ и
 те же вершины, в которые входят ребра
 в $E(\Sigma) \setminus E(\Sigma')$

Σ' и Σ'' - экв-мт $\Sigma' \approx \Sigma''$, когда они реализуемой
 схем. ФАЛ $F_{\Sigma'} = F_{\Sigma''}$, т. $F_{\Sigma'} = F_{\Sigma''}$ - тождество

Σ' - подсхема Σ , тогда $\Sigma' \approx \Sigma$, т. $\Sigma' \approx \Sigma$ - тождество, $\hat{\Sigma}' \approx \Sigma$ - тождество

с помощью которого можно преобразовать прием. экв-мт
 $\hat{\Sigma}'$ подсхема Σ , тогда вместо нее можно поставить
 схему $\hat{\Sigma}''$ и новая получившаяся схема будет
 эквивалентна Σ

Если у нас есть система тождеств, то с помощью
 преобразования этих тождеств, т.е. подстановки экв. преобраз.
 в схему Σ в разные части схемы Σ , мы получим экв-мт
 схему.

② Π -схема - $(1, 1)$ -КС, которая опр-ся по индукции:

1) $a \xrightarrow{x_i} b$ - простейшая Π -схема

2) $\exists \Sigma_1$ и Σ_2 - Π -схемы $\Rightarrow \Sigma'_1$ и Σ''_2

Σ'_1 и Σ''_2 - тоже Π -схемы

реализуемая ФАП на-ся так:

1) Если $a \xrightarrow{x_i} b \Rightarrow f(x_i) = x_i^0$

2) $\exists \Sigma_1$ и Σ_2 - Π -схемы, к-е. реал. ФАП

f_1 и $f_2 \Rightarrow \Sigma'_1$ реал. ФАП $f' = f_1 \vee f_2$

и Σ''_2 реал. ФАП $f'' = f_1 \cdot f_2$

Утв. ~~Каждая формула соотв. опр. Π -схемы и наоборот~~
~~Каждая Π -схема эквив. соот. формуле: $R(\Pi) = L(\Sigma)$ и наоборот.~~
 какая? $\leftarrow$ ~~система Π -схем (каждой вершине)~~

③ $\exists$ у нас есть КС

1) 2-х против-ных кон-тов

2) ортогональные



Не обязательно, но ФАП, реализующиеся в a_i и a_j не изменяются.

Св-ва: ФАП провод-ли от a_i к $a_j \equiv 0$,
 (во втором случае тоже $\neq 0$)

ККС - (p, q) -КС, найденная из p вх. выходных вершин с помощью операции присоед $\perp$ или 2-х противоположных контактов

④ Система теоретов из-ся на-ся $\Leftrightarrow \forall$ двух эквив. КС Σ'_1 и $\Sigma''_2 \exists \Pi \Sigma'_1 \Rightarrow \Sigma''_2$

Утв. 1 Если две КС Σ'_1 и Σ''_2 от $x_1, \dots, x_n$ экв-нт

$\Rightarrow \exists$ КПС Σ : $\Sigma'_1 \Rightarrow \Sigma \Rightarrow \Sigma''_2$

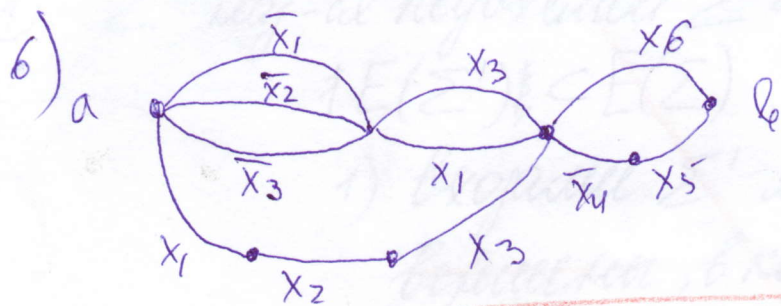
Следствие: ∞ -ПСТ Σ_n в Π К

5) Основная идея:

1) нужно доказать, что $\tau_k \neq t_6^{(k+1)} \Rightarrow$
 $\Rightarrow$ для $x_1, \dots, x_{k+1}$ пока
 можем топ-во и так для
 каждого увелич. k

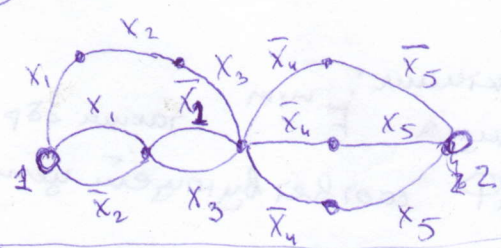
Наше полагается суб. отсюда, что
 Если $\Sigma_1 \xRightarrow{(t_1-t_5)} \Sigma_2 \Rightarrow$ циклич. индекс $\Theta(\Sigma_1) = \Theta(\Sigma_2)$,
 если $\Sigma_1 \xRightarrow{(t_1-t_5, \dots, t_6^k)} \Sigma_2 \Rightarrow$ циклич. $\Theta(\Sigma_1) - \Theta(\Sigma_2) : 2^{n-k}$
 (здесь n -кар-во перемен $x_1, \dots, x_n$)

2) идея от противного и предположим, что это
 верно $\Rightarrow$ получаем противоречие с суб.



1. Тождества ветвления и снятия, приведение с их помощью СФЭ к системе формул.
2. Определение КС с разделёнными полюсами как помеченного графа, определение ФАЛ проводимости между её вершинами и матрицы ФАЛ, реализуемой этой КС.
3. Определение корректной и правильной операции суперпозиции для КС. Определение разделительной КС и формулировка леммы Шеннона.
4. Определение тождества для КС с неразделёнными полюсами и его подстановки, связанной с полюсами; описание указанной подстановки одного из вспомогательных тождеств, результатом которой является тождество для π -схем, моделирующее формульное тождество $x_1(x_2 \vee \bar{x}_2) = x_1 x_2 \vee x_1 \bar{x}_2$.
5. Канонический вид КС из неориентированных контактов с неразделёнными полюсами. Утверждение о приведении КС к каноническому виду с помощью основных (обобщённых) тождеств, его основные этапы.
6. Промоделировать π -схемой формулу $((x_1 \vee \bar{x}_2)(\bar{x}_1 \vee x_3) \vee x_1 x_2 x_3)(\bar{x}_4 x_5 \vee \bar{x}_4 x_5 \vee \bar{x}_4 \bar{x}_5)$.

6.



② КС с разделёнными полюсами — Σ -сеть с выбранными входами $a'_1, \dots, a'_r$ и выходами $a''_1, \dots, a''_q$. Каждому ребру в сети соответствует пометка $x_i^{\alpha_i}$, $x_i \in X(n)$. ФАЛ проводимости из вершины u в вершину v есть $\Sigma|_{\alpha}$ (сети без всех $x_i^{\alpha_i}, \dots, x_n^{\alpha_n}$) существует $(u-v)$ -цель то функ. провод. равна 1, иначе 0.

матрица ФАЛ $M^{r \times q}$ — соответственно состоит из m_{ij} — ФАЛ реализованных между входом a'_i и выходом a''_j . Σ из $\Sigma' \wedge \Sigma''$ $\Sigma = \Sigma' \wedge \Sigma''$

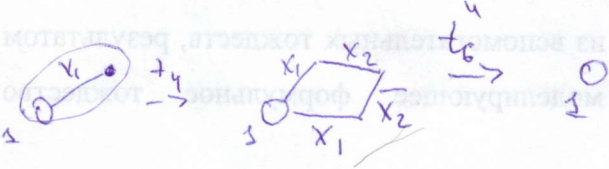
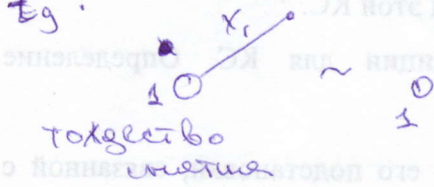
③ операция суперпозиции называется правильной, если для соответствующих F, F', F'' вытекают $F = F' \cdot F''$ и либо Σ' разд. по входам, либо Σ'' разд. по выходам. корректной — если она удовлетворяет усл. леммы Шеннона (Σ' является разд. по входам) **неверно** $F = F' \cdot F''$ и

Лемма Шеннона: пусть пусть Σ' и Σ'' - КС и $\Sigma = \Sigma'(\Sigma'')$ - (упорядоченная) ст. выкладка
 $F, F' \text{ и } F''$ - соответствующие матрицы ФАП
 тогда $F \geq F' \cdot F''$ и $F = F' \cdot F''$

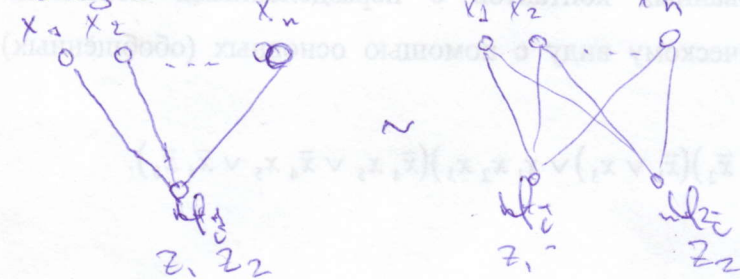
если Σ' разделит по входам или Σ'' разделит по выходам, помогает убрать висятый контакт.

1

т.е.:



тождество ветвления:



5

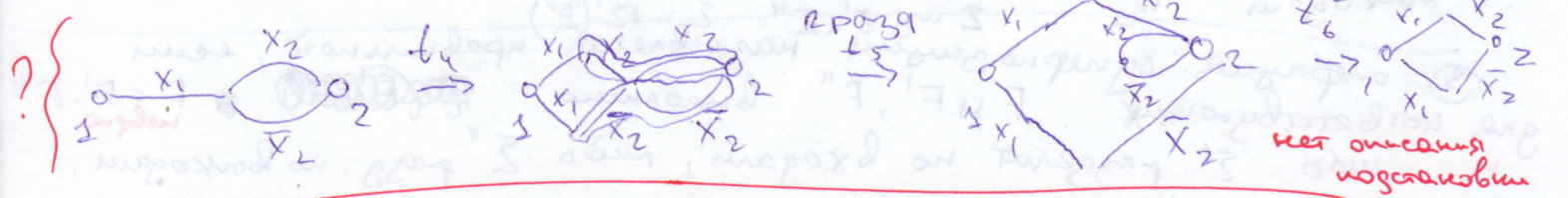
КС с неразделенными и непрерывными контактами. Пусть Σ - сеть, реализующая F или такая обр., что канонический вид Σ - сеть, реализующая F или такая обр., что каждая Σ_{ij} реализует F_{ij} (СНП соответствующей цепи $1 \leq i \leq j \leq m$)

Утв. с помощью Σ основных (обобщенных) тождеств можно привести к каноническому виду, ~~если на нем на каком-то его выходе не реализуется тожд.~~ $\emptyset$. ~~используя t_4 потом звезду~~ ~~потом убрать транзитивность~~ ~~нельзя~~

4

Пусть Σ' и Σ'' - КС с неразделенными, если Σ' эквивалентно Σ'' , то $\Sigma' \sim \Sigma''$ назовем тождеством для КС с неразделенными.

Постановка: введение в одну из КС участка (пример) и преобразование его по тождеству в эквив. участок, ~~нельзя~~ ~~сохраняя полюса и не полюса.~~



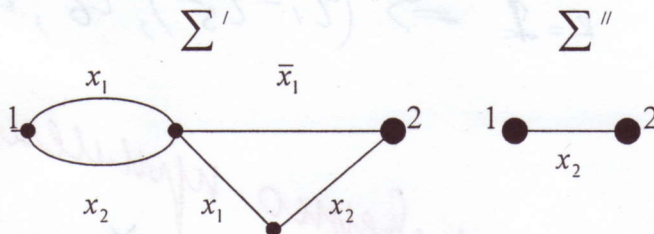
1. С помощью расширенной системы основных тождеств $\tilde{\tau}^{act}$ построить ЭП для формул F' и F'' :

$$F' = (x_3 \vee (x_1 \vee x_2) (\bar{x}_2 \vee \bar{x}_1)) \cdot (\bar{x}_3 \vee (\bar{x}_1 x_2 \vee x_1 \bar{x}_2))$$

$$F'' = (x_1 \bar{x}_2 x_3) \cdot (x_3 \vee x_1 \vee x_2) \cdot (\bar{x}_2 \vee (\bar{x}_1 \vee \bar{x}_3) \cdot (x_1 \vee x_3))$$

1	2	3
—	+	+

2. С помощью системы основных тождеств τ_∞ построить ЭП для КС Σ' и Σ'' , указав без каких тождеств вида $t_6^{(i)}$ при этом нельзя обойтись?



3. С помощью основных тождеств привести к каноническому виду КС



$$1) F' \xrightarrow{\tau_M} (x_3 \vee (x_1 \vee x_2) (\bar{x}_2 \vee \bar{x}_1)) \cdot (\bar{x}_3 \vee ((x_1 \vee \bar{x}_2) \cdot (\bar{x}_1 \vee x_2)))$$

$$\xrightarrow{\tau_K, \tau_D, \tau_A} (x_3 \vee \underline{x_1 \cdot \bar{x}_2} \vee \underline{x_1 \cdot \bar{x}_1} \vee \underline{x_2 \cdot \bar{x}_2} \vee \underline{x_2 \cdot \bar{x}_1}) (\bar{x}_3 \vee \underline{x_1 \cdot \bar{x}_1} \vee \underline{x_1 \cdot x_2} \vee \underline{\bar{x}_2 \cdot \bar{x}_1} \vee \underline{\bar{x}_2 \cdot x_2})$$

$$\xrightarrow{\tau_K, \tau_D, \tau_A, \tau_V} (x_3 \vee x_1 x_2 \vee \bar{x}_1 x_2) (\bar{x}_3 \vee x_1 x_2 \vee x_1 \bar{x}_2) \xrightarrow{\tau_A, \tau_K, \tau_D, \tau_V}$$

$$\xrightarrow{\tau_K, \tau_D, \tau_A, \tau_V} (x_3 \vee x_2) (\bar{x}_3 \vee x_1) \xrightarrow{\tau_K, \tau_D, \tau_A, \tau_V} (x_2 \bar{x}_3 \vee x_1 x_3 \vee x_1 x_2)$$

$$F'' \xrightarrow{\tau_M, \tau_A} (\bar{x}_1 \vee x_2 \vee \bar{x}_3) (x_3 \vee x_1 \vee x_2) \cdot (\bar{x}_2 \vee x_1 x_3 \vee \bar{x}_1 \bar{x}_3)$$

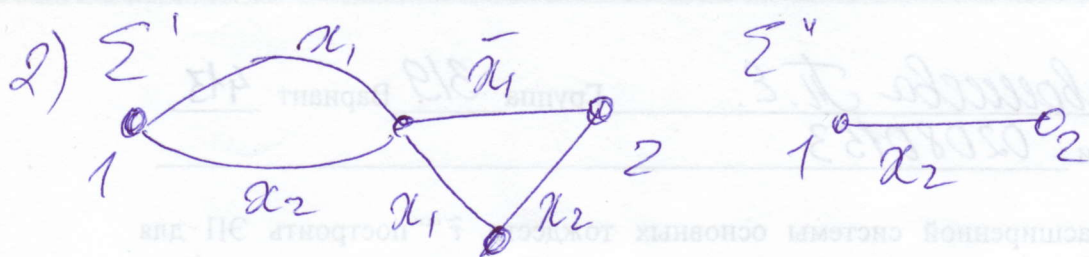
$$\xrightarrow{\tau_A, \tau_D, \tau_K, \tau_V, \tau_{OV}} (\bar{x}_1 x_3 \vee x_2 x_3 \vee x_1 x_2 \vee x_1 \bar{x}_3 \vee \bar{x}_1 x_2 \vee x_2 \bar{x}_3) (\bar{x}_2 \vee x_1 x_3 \vee \bar{x}_1 \bar{x}_3)$$

$$\xrightarrow{\tau_D, \tau_A, \tau_K} (\bar{x}_1 x_3 \vee x_1 \bar{x}_3) (\bar{x}_2 \vee x_1 x_3 \vee \bar{x}_1 \bar{x}_3)$$

$$\xrightarrow{\tau_K, \tau_D, \tau_A, \tau_K} (\bar{x}_1 \bar{x}_2 x_3 \vee x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3)$$

неживая левая
преобразование
(после зачеркивания
— группа функций)

$$x \vee x \neq 0!$$



$$\Theta(\Sigma') = 2$$

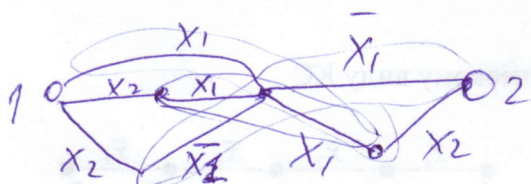
$$\Theta(\Sigma'') = 0$$

$$\Theta(\Sigma') - \Theta(\Sigma'') : 2^{n-k}$$

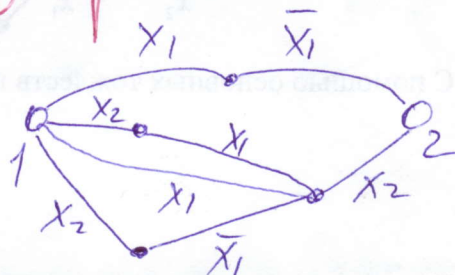
$$2 : 2^{2-k} \Rightarrow (t_1 - t_5), t_6^{(1)}, \dots$$

$t_4 \downarrow$

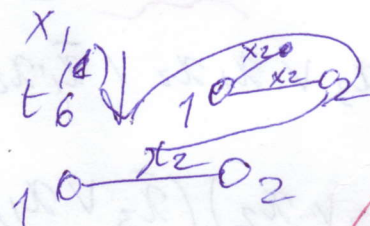
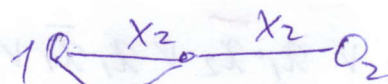
неверно применены t_5 .



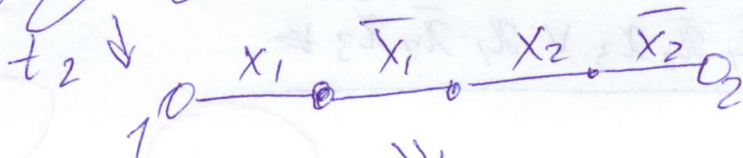
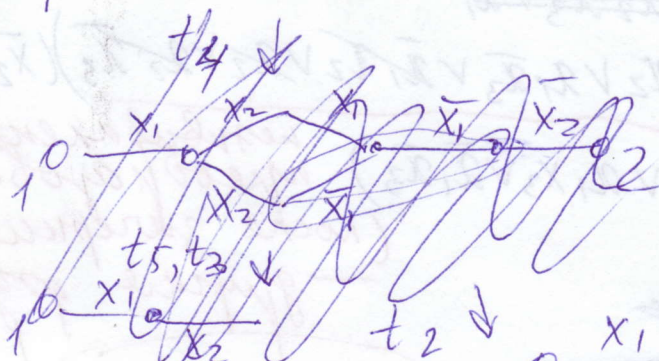
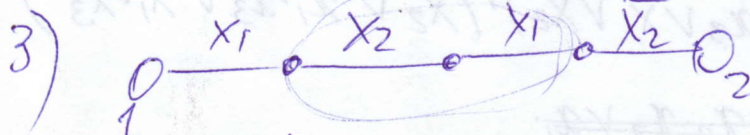
$t_5 \times 3$



$t_4, t_3 \downarrow$



$\oplus$



$2 \times t_3 \Downarrow$ $\rho \cdot o_2 \oplus$